

基于向量投影的 TOPSIS 方法在印刷设备购置决策中的应用

骆燕雪, 崔新春, 马秀峰

(曲阜师范大学 信息技术与传播学院, 日照 276826)

摘要 随着数字印刷时代的到来, 印刷设备性能指标日趋多样化、复杂化。对于印刷企业来说, 如何构建系统且科学合理的量化决策方法成为印刷设备购置中亟待解决的一个关键问题。本研究针对印刷设备购置决策问题, 提出了一种基于向量投影的 TOPSIS 方法。先采用序关系分析法来计算权重向量; 再运用向量投影法来判定各方案与理想解的贴近程度; 最后, 结合具体的购置优选印刷设备案例来验证基于向量投影的 TOPSIS 方法的可行性和实用性。对比实验结果显示, 利用该方法的决策评估结果更具正确性和科学性, 且模型计算相对简单。

关键词 TOPSIS; 向量投影法; 印刷设备; 决策评估

中图分类号 TS803.6

文献标识码 A

文章编号 1674-5752(2013)06-60-06

Study on Application of TOPSIS Method Based on Vector Projection in Printing Equipments Purchase Decision-Making

LUO Yan-xue, CUI Xin-chun, MA Xiu-feng

(College of Information Technology and Communication, Qufu Normal University, Rizhao 276826, China)

Abstract With the advent of digital printing era, the performance index of printing equipments are showing a diversified and complicated trend. For printing enterprises, it is important to build a scientific and rational method for purchasing the printing equipments. To solve the decision-making problem of the printing equipments purchasing, TOPSIS method based on vector projection was proposed in this study. Firstly, the sequencing relationship analysis of each index was used to calculate the weight; and the projection method was introduced to determine the close degree of the alternatives and the ideal solution. Secondly, an equipment purchase decision-making example was given to verify the feasibility and effectiveness of TOPSIS method based on vector projection. Finally, the evaluation results of the decision-making obtained with TOPSIS method based on vector projection have been proved more accurate and scientific through the contrast experiment, and the calculation of the model is relatively simple.

Key words TOPSIS; Vector projection; Printing equipment; Decision-making

0 引言

现代科学技术的迅速发展使印刷设备日益综合化和数字化, 其性能指标也日趋多样化、复杂化^[1-3], 这对

大型印刷设备的采购提出了新的挑战。目前, 大多数印刷企业的采购主管只是凭借平时的经验积累、知识水平来对备选设备进行评估, 并没有形成一个科学的、合理的量化决策方法。因此, 构建系统的、科学合理的量化决策方法成为印刷设备购置中亟待解决的一个关键

问题。

印刷设备采购是典型的多目标决策问题，需要综合考虑设备的生产效率、性能稳定性和可靠性、维修的方便性、能源的消耗程度、设备对环境的保护情况以及设备的使用寿命与投资费用等多方面评价因素指标，如何将这些质的因素指标转变为量化的因素指标并进行科学的决策评估是本研究的重点。

目前采用的评估决策方法主要有传统加权求和法^[4]以及 TOPSIS 方法^[5-8]。传统加权求和法虽然计算简便，但是由于其具有一定的主观性，计算结果缺乏准确性；TOPSIS 方法运用比较广泛，但是在属性权重计算上通常采用主观赋权法，主观判断强。本研究在以上两种方法基础之上提出一种基于向量投影的决策方法来进行印刷设备的购置评估。该决策方法的优点在于：首先，可以比较客观地反映各项指标的权重，从而避免了主次重要性颠倒的问题；其次，采用向量投影法来计算各评价方案与理想方案之间的贴近度，从而解决了计算出的方案既与正理想解距离小、同时又与负理想解距离小的问题。

1 基于向量投影的 TOPSIS 决策方法

1.1 基于向量投影的 TOPSIS 方法概述

逼近理想解排序法 (Technique for Order Preference by Similarity to an Ideal Solution, TOPSIS 方法) 由 C. L. Hwang 和 K. Yoon 于 1981 年首次提出^[6]，它根据有限个评价对象与理想化目标的接近程度进行排序，是在现有的对象中进行相对优劣的评价方法。目前主要应用在多目标决策问题上。本研究在分析传统 TOPSIS 方法的基础上，引入向量投影技术构建一种新的 TOPSIS 决策方法对印刷设备进行决策评估。

1.1.1 采用序关系法确定属性的权重

序关系分析法的主要优势在于它基于比较完善的数学理论，能够准确地反映决策者的主观决断，而且其计算过程比较简单。

采用序关系法确定属性的权重主要分为以下几步。

1) 确定序关系。

若评价指标 x_1, x_2, \dots, x_m 相对于某个评价准则构成关系式 $x_1^* > x_2^* > \dots > x_m^*$ 时，则称评价指标 $x_1, x_2, \dots,$

x_m 之间按 $>$ 确定了序关系。其中 x_i^* 表示 $\{x_i\}$ 按照序关系 “ $>$ ” 排列顺序后的第 i 个评价指标。即：

$$x_1 > x_2 > \dots > x_m \quad (1)$$

2) 判断 x_k 与 x_{k+1} 之间相对重要程度。

假设决策者关于评价指标 x_k 与 x_{k+1} 之间的重要程度之比为 $\frac{w_k}{w_{k+1}} = r_k (k = m - 1, m - 2, \dots, 2, 1)$ ，当 m 较大时，则 $r_k = 1$ 。

3) 计算各评价指标的权重系数 w_k 。

若决策者给出 r_k 的理性赋值，则 w_k (第 k 个评价指标的权重值) 为：

$$w_k = (1 + \sum_{k=2}^m \prod_{i=k}^m r_i)^{-1} \quad (2)$$

$$w_{k-1} = r_k w_k (k = m - 1, m - 2, \dots, 2, 1) \quad (3)$$

1.1.2 采用向量投影法比较各方案的优劣

本研究采用向量投影法^[9-12]来判定各方案与理想解的贴近程度。

设 $\alpha = (a_1, a_2, \dots, a_m)^T$ ， $\beta = (b_1, b_2, \dots, b_m)^T$ 为两个任意 m 维列向量，则称 r_β^α 为向量 α 在 β 上的投影。

$$r_\beta^\alpha = \|\alpha\| \times \frac{\alpha^T \beta}{\|\alpha\| \|\beta\|} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i b_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n b_i^2}} \quad (4)$$

1.2 决策过程

将基于向量投影的 TOPSIS 方法引入到印刷设备的购置决策问题求解中，最终目的是从若干个备选的印刷设备中选出最佳设备进行采购。

基于向量投影的 TOPSIS 方法的设备购置决策方案如下。

1) 通过市场调查的方式得到备选印刷设备的各种信息，将采购设备时需要考虑的诸多指标称为属性，各设备的信息值称为属性值。这里所有设备的属性值可以用矩阵 $X = \{x_{ij}\}_{m \times n}$ 表示。即：

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{pmatrix} \quad (5)$$

2) 将矩阵 $X = \{x_{ij}\}_{m \times n}$ 规范化为矩阵 $Y = \{y_{ij}\}_{m \times n}$ 。

通常情况下，通过市场调查或者专家评判给出的属性值往往没有统一的标准，所以对各种属性信息不能进行直接比较，为了消除不同量纲和属性类型对购置结果

的影响,要先对矩阵 $X = \{x_{ij}\}_{m \times n}$ 进行规范化处理得到矩阵 $Y = \{y_{ij}\}_{m \times n}$ 。即:

$$y_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m x_{ij}^2}} \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n) \quad (6)$$

3) 获取属性的权重, 构建加权决策矩阵 $Z = \{z_{ij}\}_{m \times n}$ 。

购置印刷设备时, 印刷企业需要考虑多个指标的影响, 因此需要根据企业的不同需求来对各属性赋予不同的属性权重, 本研究根据序关系分析法来确定的加权向量为:

$w = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}^T$, 则加权决策矩阵为:

$$z_{ij} = \begin{pmatrix} \omega_1 y_{11} & \cdots & \omega_n y_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_1 y_{m1} & \cdots & \omega_n y_{mn} \end{pmatrix} \quad (7)$$

4) 确定理想解 x^* 。

设理想解 x^* 的第 j 个属性值为 x_j^* , 则:

$$x_j^* = \begin{cases} \max_i x_{ij}; & j \text{ 为越大越优型指标} \\ \min_i x_{ij}; & j \text{ 为越小越优型指标} \end{cases} \quad (8)$$

5) 利用公式(4)计算各指标方案加权属性值向量在 x_j^* 上的投影。

6) 根据投影的大小对方案进行排序、择优。

2 应用实例及分析

设某印刷企业要采购某新型印刷设备, 采用本研究提出的基于向量投影的 TOPSIS 方法, 具体的决策步骤如下。

2.1 构建印刷设备指标体系

在采购过程中如何对印刷设备的评价指标进行科学合理的评估是一个关键的问题。本研究通过文献调查以及实际调研, 确定了如下 5 项重要指标, 即技术指标、价格指标、质量指标、售后服务指标以及其他指标^[1-3]。其中, 其他指标主要包括设备的使用寿命、占地面积、外观、可操作性以及将设备翻新时的残余价值等。现有 5 种不同型号的设备 $X = \{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5\}$ 可供选择; 相关领域专家对这 5 种设备的 5 项指标进行评估, 其中, 技术、质量、售后以及其他 4 个指标的评估以 10 分为最高分, 专家按照相应的评估标准进行打

分, 结果见表 1。

表 1 评估结果

Tab.1 Results of assessment

设备	技术	价格(万元)	质量	售后	其他
X_1	9	180	8	8.5	7
X_2	4.8	100	5.6	5	5
X_3	9	300	9	9	8.5
X_4	6.5	165	7.5	6.5	6
X_5	7	175	7.8	8	7

2.2 建立决策矩阵

把每个印刷设备作为一个多属性决策问题的设备方案, 则设备方案集为 $X = \{X_1, X_2, \dots, X_m\}$ ($m = 5$)。把欲购置的印刷设备的每个性能指标作为一个属性, 则属性集为 $U = \{U_1, U_2, \dots, U_n\}$ ($n = 5$)。建立的决策矩阵见表 2。

表 2 决策矩阵

Tab.2 Decision matrix

	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5
X_1	9	180	8	8.5	7
X_2	4.8	100	5.6	5	5
X_3	9	300	9	9	8.5
X_4	6.5	165	7.5	6.5	6
X_5	7	175	7.8	8	7

2.3 属性权重的确定

假设专家认为 $U = \{U_1, U_2, U_3, U_4, U_5\}$ 各个指标属性之间根据公式(1)具有如下序关系:

$$U_1 > U_3 > U_2 > U_4 > U_5$$

并且给出:

$$r_5 = \frac{u_4}{u_5} = 1.2, r_4 = \frac{u_3}{u_4} = 1.4,$$

$$r_3 = \frac{u_2}{u_3} = 1.6, r_2 = \frac{u_1}{u_2} = 1.8$$

由此得到权重向量为: $t = (0.4242, 0.2357, 0.1473, 0.1052, 0.0877)$ 。

2.4 决策矩阵规范化和加权

根据公式(5)对表 2 给出的决策矩阵进行规范化, 并根据计算出的权重向量 t , 得到加权的矩阵 $X = \{x_{ij}\}$, 其结果如下, 其中 $X = [X_1, X_2]$ 。

$$X_1 = \begin{bmatrix} 0.0019 & 0.0183 & 0.0001 & 0.0021 & 0.0045 \\ 0.0381 & 0.3807 & 0.0004 & 0.0522 & 0.1119 \\ 0.0017 & 0.0213 & 0.0001 & 0.0024 & 0.0050 \\ 0.0018 & 0.0190 & 0.0001 & 0.0021 & 0.0051 \\ 0.0015 & 0.0190 & 0.0001 & 0.0019 & 0.0045 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$X_2 = \begin{bmatrix} 0.0008 & 0.0078 & 0.0001 & 0.0009 & 0.0019 \\ 0.0090 & 0.0897 & 0.0001 & 0.0123 & 0.0264 \\ 0.0003 & 0.0031 & 0.0001 & 0.0004 & 0.0007 \\ 0.0002 & 0.0020 & 0.0001 & 0.0002 & 0.0005 \\ 0.0001 & 0.0017 & 0.0001 & 0.0002 & 0.0004 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} R_2 &= 0.0381 \times 0.4 + 0.3807 \times 0.15 \\ &\quad + 0.0004 \times 0.3 + 0.0522 \times 0.1 \\ &\quad + 0.1119 \times 0.05 \\ &= 0.0833 \\ R_3 &= 0.0017 \times 0.4 + 0.0213 \times 0.15 \\ &\quad + 0.0001 \times 0.3 + 0.0024 \times 0.1 \\ &\quad + 0.0050 \times 0.05 \\ &= 0.0045 \\ R_4 &= 0.0018 \times 0.4 + 0.0190 \times 0.15 \\ &\quad + 0.0001 \times 0.3 + 0.0024 \times 0.1 \\ &\quad + 0.0050 \times 0.05 \\ &= 0.0044 \\ R_5 &= 0.0015 \times 0.4 + 0.0190 \times 0.15 \\ &\quad + 0.0001 \times 0.3 + 0.0019 \times 0.1 \\ &\quad + 0.0045 \times 0.05 \\ &= 0.0039 \end{aligned}$$

2.5 确定理想解

设理想解 x^* 的第 j 个属性值为 x_j^* ，则根据公式确定，正理想解向量为

$$x^* = [0.0090, 0.0897, 0.0001, 0.0123, 0.0264]^T$$

2.6 计算各方案在正理想解上的投影

记 $R_i [i = 1, 2, 3, 4, 5]$ 为第 i 个印刷设备在正理想解上的投影，根据公式(4)可得到：

$$R_1 = 0.3001, R_2 = 0.0017, R_3 = 0.3001, R_4 = 0.0101, R_5 = 0.0301$$

由投影结果可以得到，购置印刷设备的排序结果为：

$$X_1 > X_3 > X_5 > X_4 > X_2$$

3 对比实验

3.1 采用传统加权求和法进行决策

为了便于进行比较，本研究利用传统的属性加权求和选购方法对备选设备进行排序，其中综合属性值越大，设备越优。

$$R_i = \sum_{j=1}^n \omega_j r_j (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n) \quad (11)$$

其中 R_i 表示第 i 种设备的综合属性值， ω_j 表示第 j 个属性的权重， r_j 表示第 j 个属性的属性值。根据公式(11)计算出如下结果：

$$\begin{aligned} R_1 &= 0.0019 \times 0.4 + 0.0183 \times 0.1 \\ &\quad + 0.0001 \times 0.3 + 0.0021 \times 0.1 \\ &\quad + 0.0045 \times 0.05 \\ &= 0.0106 \end{aligned}$$

根据上述结果，可得综合属性值的顺序为： $R_2 > R_1 > R_3 > R_4 > R_5$ 。

3.2 TOPSIS 选购方法

TOPSIS 的主要思想是通过计算评价指标向量与理想正负目标的距离进行多属性决策^[7-10]。具体实现过程如下。

1) 将表 2 的决策矩阵进行加权。

$$\begin{aligned} R' &= \omega_j (r_{ij})_{m \times n} \\ &= \begin{bmatrix} 0.4000 & 0.0833 & 0.2667 & 0.0944 & 0.0412 \\ 0.2133 & 0.1500 & 0.1867 & 0.0556 & 0.0294 \\ 0.4000 & 0.0500 & 0.3000 & 0.1000 & 0.0500 \\ 0.2889 & 0.0909 & 0.2500 & 0.0722 & 0.0353 \\ 0.3111 & 0.0857 & 0.2600 & 0.0889 & 0.0412 \end{bmatrix} \quad (12) \end{aligned}$$

2) 确定购置印刷设备的正负理想解。

计算各指标因素达到满意值的正理想解 Y^+ 为：

$$Y^+ = [0.4000, 0.1500, 0.3000, 0.1000, 0.0500]$$

计算各指标因素达到不满意值的负理想解 Y^- 为：

$$Y^- = [0.2133, 0.0500, 0.1833, 0.0556, 0.0282]$$

3) 计算备选的印刷设备与理想设备的差距 d 。

$$d(X_1, Y^+) = 0.0753, d(X_2, Y^+) = 0.2238,$$

$$d(X_3, Y^+) = 0.1000, d(X_4, Y^+) = 0.1390,$$

$$d(X_5, Y^+) = 0.1176;$$

$$d(X_1, Y^-) = 0.2111, d(X_2, Y^-) = 0.1001,$$

$$d(X_3, Y^-) = 0.2256, d(X_4, Y^-) = 0.1102,$$

$$d(X_5, Y^-) = 0.1341.$$

4) 计算印刷设备与理想方案的相对贴近度。

$$C_1 = 0.6929, C_2 = 0.3090, C_3 = 0.7372,$$

$$C_4 = 0.4423, C_5 = 0.5328$$

5) 利用相对贴近度大小确定设备优选顺序。

$$C_3 > C_1 > C_5 > C_4 > C_2$$

3.3 三种结果比较与分析

采用以上三种方法对印刷设备进行决策评估, 排序结果见表3。运用向量投影 TOPSIS 方法, 印刷设备 X_1 为最优; 运用传统加权求和方法, 印刷设备 X_2 为最优; 运用 TOPSIS 方法, 印刷设备 X_3 为最优。

表3 实验结果对比

Tab.3 Comparison of experiment results

排序	基于向量投影的 TOPSIS 法	传统加权求和方法	TOPSIS 法
1	X_1	X_2	X_3
2	X_3	X_1	X_1
3	X_5	X_3	X_5
4	X_4	X_4	X_4
5	X_2	X_5	X_2

通过分析 X_1 和 X_3 两种设备的数据发现, 这两种设备的技术、质量、售后和其他情况均差别不大, 而两者的价格差异较大, 考虑经济因素, 在综合情况相差不大的情况下应选择价格较低的设备, 即为 X_1 最优。因此, 通过综合判断, 运用传统加权求和方法来进行决策评估缺乏客观性, 结果带有一定的主观性, TOPSIS 方法的缺陷为在计算各备选方案与理想方案之间的贴近度时, 会出现与正理想解的距离小、同时又与负理想解的距离小的备选方案。本研究中提出运用向量投影法来计算各备选方案与理想方案之间的贴近度, 结果证明该方法是科学合理的。

4 结论

本研究将提出的基于向量投影的 TOPSIS 方法应用于印刷设备的优选中, 并且结合具体设备优选实例, 验证了该方法的可行性和实用性。

1) 采用序关系分析法来确定印刷设备的评价指标的主观权重; 并且通过实例分析进一步表明: 采用序关系分析法来确定印刷设备评价指标的权重科学合理, 计算简单。

2) 采用向量投影法来判定各方案与理想解的贴近程度, 能有效避免存在距离正理想解近、又与负理想解近的方案问题, 使决策评估结果更具正确性、科学性, 且模型计算相对简单。

基于向量投影的 TOPSIS 方法的决策评估对于印刷设备的选购兼具理论的先进性和操作的可行性, 为印刷企业采购印刷设备提出了一种新的决策方案。不仅如此, 该方法还可推广、应用到其他决策评估中, 具有广泛的应用前景。

参考文献

- [1] 程常现. 印刷企业设备购置决策评估[J]. 中国印刷物资商情, 1998, (1): 42-45.
CHENG Chang-xian. Assessment on Equipment Purchase Decision-Making of Printing Enterprise [J]. China Printing Materials Market, 1998, (1): 42-45.
- [2] 任云. 印刷图像质量评价[J]. 印刷质量与标准化, 2004, (4): 37-39.
REN Yun. A Brief Introduction of Printing Image Quality Evaluation [J]. Printing Quality & Standardization, 2004, (4): 37-39.
- [3] 丁力. 正确地选购柔印机[J]. 印刷杂志, 2000, (11): 32-33.
DING Li. Purchasing Correctly Flexo Presses [J]. Printing Field, 2000, (11): 32-33.
- [4] 郭亚军. 综合评价理论、方法及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
GUO Ya-jun. Comprehensive Evaluation Theory, Method and Application [M]. Beijing: Science Press, 2003.
- [5] 刘青, 崔新春, 马秀峰. 基于 TOPSIS 的印刷设备选购方法[J]. 中国印刷与包装研究, 2012, 4(3): 28-33.
LIU Qing, CUI Xin-chun, MA Xiu-feng. Optimal Method for Purchasing Printing Equipments Based on TOPSIS [J]. China Printing and Packaging Study, 2012, 4(3): 28-33.
- [6] 胡辉, 徐泽水. 基于 TOPSIS 的区间直觉模糊多属性决策法[J]. 模糊系统与数学, 2007, 21(5): 108-112.

HU Hui, XU Ze-shui. TOPSIS Method for Multiple Attribute Decision Making with Interval-Valued Intuitionist Fuzzy Information [J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2007, 21(5): 108 – 112.

- [7] 张彦峰, 鲁艳玲. 改进的 TOPSIS 算法在房地产预警体系中的应用[J]. 微电子学与计算机, 2013, 30(5): 149 – 153.

ZHANG Yan-feng, LU Yan-ling. Application of Improved TOPSIS Method to Forecasting System of Real Estate [J]. Microelectronics & Computer, 2013, 30(5): 149 – 153

- [8] 张先起, 梁川, 刘慧卿, 等. 改进的 TOPSIS 模型及其在黄河置换水量分配中的应用[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2006, 38(1): 30 – 33.

ZHANG Xian-qi, LIANG Chuan, LIU Hui-qing, et al. Improved TOPSIS Model and Its Application to Allocation of Replaced Water from Yellow River [J]. Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2006, 38(1): 30 – 33.

- [9] 岳超源. 决策理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2009.

YUE Chao-yuan. Decision Theory and Method [M]. Beijing: Science Press, 2009.

- [10] 许树柏. 实用决策方法——层次分析法原理[M]. 天津: 天津大学出版社, 1988: 6 – 13.

XU Shu-bai. Practical Decision Making Method – Principle of Analytic Hierarchy Process [M]. Tianjin: Tianjin University Press, 1988: 6 – 13.

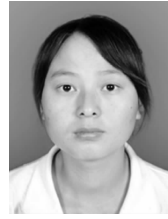
- [11] 吴有炜. 主成份投影法用于多目标决策与评价[J]. 无锡轻工大学学报, 2001, 20(4): 409 – 415.

WU You-wei. A Principal Component Projection Method for Multiinicies Decision and Evaluation [J]. Journal of Wuxi University of Light Industry, 2001, 20(4): 409 – 415.

- [12] 陈启明, 赵明华. 基于向量投影的多目标决策模型在工程评标中的应用[J]. 合肥学院学报: 自然科学版, 2011, 21(3): 26 – 30.

CHEN Qi-ming, ZHAO Ming-hua. The Multi – objective Decision – making Model and Its Application in Engineering Evaluation Based on Vector Projection [J]. Journal of Hefei University: Natural Sciences, 2011, 21(3): 26 – 30.

主要作者



骆燕雪 (1988 年 –), 硕士研究生; 主要研究方向为模糊数学决策理论与应用。

LUO Yan-xue, born in 1988. She is a graduate student and her main research interests are decision making theory and application of the

fuzzy mathematics.

E-mail: happyluoyanxue@126.com



崔新春 (1971 年 –), 教授, 硕士研究生导师; 主要研究方向为数字水印、信息安全。

Professor CUI Xin-chun, born in 1971. He is a supervisor of graduate students and his main research interests include digital watermarking

and information security.

E-mail: cxcsd@126.com (通讯作者)



马秀峰 (1963 年 –), 教授, 硕士研究生导师, 曲阜师范大学信息技术与传播学院院长; 主要研究方向为数字出版与印刷。

Professor MA Xiu-feng, born in 1963. He is a supervisor of graduate students and the dean of

College of Information Technology and Communication of Qufu Normal University. His main research interests include digital publishing and digital printing.

E-mail: mxfsd@126.com